Ecole Doctorale

Examen de Cosmologie - Jeudi 11 mars 2004

2 heures | Document autorisé: cours

Effet SZ et mesure de paramètres cosmologiques

L'effet Sunyaev-Zeldovich (Effet SZ) est produit par l'interaction Compton des photons du rayonnement cosmologique fossile avec les électrons d'un gaz ionisé dans un système gravitationnel. Les cas les plus évidents concernent les amas de galaxies. L'effet SZ se manifeste par une distorsion du spectre du rayonnement fossile et un changement de sa température apparente dans la ligne de visée de l'amas de galaxies. Ce *décrément de température* s'écrit:

$$\frac{\Delta T_{CMB}}{T_{CMB}}(\theta) = -2\xi(x) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k_B T_g}{m_e c^2} \sigma_T n_e(r)\, \mathrm{d}l \tag{1}$$

où T_{CMB} est la température de rayonnement cosmologique, θ est la position radiale vis à vis du centre de l'amas de galaxies , k_B est la constante de Boltzman, T_g la température du gaz ionisé intra-amas, m_e la masse de l'électron, c la célérité de la lumière dans le vide, σ_T la section efficace de diffusion Thomson, n_e la densité électronique du gaz intra-amas et

$$\xi(x) = \frac{x^2 e^x}{2\left(e^x - 1\right)^2}\left(4 - x\coth\left(\frac{x}{2}\right)\right) \ , \tag{2}$$

avec $x = \dfrac{h\nu}{k_B T_{CMB}}$; h étant la constante de Planck, ν est la fréquence d'émissivité du gaz (domaine X). L'intégration de faisant dans l'amas, le long de la ligne de visée.

Nous allons utiliser cet effet pour mesurer la constante de Hubble, H_0, en utilisant conjointement l'effet SZ et l'emission X des amas de galaxies et en nous plaçant dans des configurations simples.

1. Supposons que nous soyons dans un cas particulièrement simple où l'amas est sphérique et le gaz est isotherme et distribué de façon homogène. Dans ce cas, on a:

$$\frac{\Delta T_{CMB}}{T_{CMB}}(\theta) = -2\xi(x) \ \frac{k_B T_g}{m_e c^2} \ \tau_{SZ} \tag{3}$$

o'u τ_{SZ} est la profondeur optique de diffusion Compton.

Montrer que dans ce cas le plus simple τ_{SZ} dans l'axe central de l'amas s'écrit:

$$\tau_{SZ} = \int \ \sigma_T n_e(r)\, \mathrm{d}l = 2\sigma_T n_e R \tag{4}$$

où R est le rayon de l'amas de galaxies. Cette profondeur optique est déduite de la mesure du décrément de température.

Pour un système à symétrie sphérique et un milieu homogène et isotherme:

$$\tau_{SZ} = \sigma_T n_e \int_{-R}^{+R} \mathrm{d}l = 2\sigma_T n_e R \tag{5}$$

Il reste alors à déterminer n_e. Elle sera mesurée grâce à l'émissivité du gaz ionisé intra-amas.

2. L'émissivité du gaz ionisé intra-amas s'écrit

$$\epsilon\left(\nu\right) = A n_e^2 T_g^{-1/2} e^{-\frac{h\nu}{k_B T_g}} \tag{6}$$

Rappeler qualitativement la nature de ce rayonnement et la façon dont on peut mesurer sa température.

La forme du spectre observé dans le domaine X est caractéristique d'un rayonnement de freinage thermique d'un gaz ionisé. Un ajustement de ce spectre ainsi que la présence de raies d'émission de métaux très fortement ionisés démontrent qu'il s'agit d'un gaz de température voisine de 10^8 K.

3. Le flux X émis par l'amas de galaxies et reçu par la Terre peut s'écrire, en première approximation

$$f_X = \frac{\epsilon\left(\nu\right)\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi D^2} \tag{7}$$

où D est la distance de l'amas. Rappeler le sens de la distance qu'il faut considérer dans cette expression.

Il s'agit évidemment de la distance luminosité, D_L

4. Donner par ailleurs l'expresssion de l'extension angulaire, θ, de la zone d'émission de l'amas en fonction du rayon R et de la distance de l'amas pour des petits angles. Rappeler le sens de la distance qu'il faut considérer.

$\theta = 2\frac{R}{D}$ et dans ce cas la distance est la distance angulaire, D_A. Une relation nécessaire pour la suite: $D_L = D_A(1+z)^2$

5. En déduire l'expression du flux X reçu de l'amas dans le cône d'angle θ en fonction de τ_{SZ}, T_g, σ_T z, θ et D_A où D_A est la distance angulaire.

$$f_X = \frac{1}{24}\frac{A\tau_{SZ}^2 T_g^{-1/2}\ e^{-\frac{h\nu}{k_B T_g}}}{\sigma_T^2 D_A \left(1+z\right)^4}\ \theta \tag{8}$$

6. Exprimer alors la valeur de la constante de Hubble, H_0 en fonction des quantités ci-dessus, du redshift z et d'une fonction ne dépendant que des paramètres cosmologiques représentant les contributions en matière, énergie et courbure de l'univers (sans expliciter cette fonction).

   On sait que la distance angulaire à la forme $D_A = \frac{c}{H_0}\, d\left(z, \Omega_m, \Omega_k, \Omega_\Lambda\right)$ *. Donc*

$$D_A = \frac{1}{24} \frac{A\tau_{SZ}^2 T_g^{-1/2}\ e^{-\frac{h\nu}{k_B T_g}}}{\sigma_T^2 f_X \left(1+z\right)^4}\ \theta \tag{9}$$

   et par conséquent

$$H_0 = c\ d\left(z, \Omega_m, \Omega_k, \Omega_\Lambda\right) \left[\frac{1}{24} \frac{A\tau_{SZ}^2 T_g^{-1/2}\ e^{-\frac{h\nu}{k_B T_g}}}{\sigma_T^2 f_X \left(1+z\right)^4}\ \theta\right]^{-1} \tag{10}$$

7. On a ainsi démontré que l'analyse couplée X et SZ d'un amas de galaxies permet de mesurer la constante de Hubble. Quels sont selon vous qualitativement, les avantages de cette méthode de détermination de H_0 par rapport à des approches plus locales utilisant, par exemple, les Céphéides.

   Les mesures de H_0 par des méthodes robustes et bien calibrées comme les Céphéides sont limitées en distance et restent locales. La mesure des vitesses radiales qui donne $v = H_0.D$ comprend dont un terme d'expansion mais aussi une composante de vitesse non-négligeable attachée à la dynamique locale autour de la Galaxie. C'est une source de bruit dont s'affranchissent les méthodes travaillant sur des échelles cosmologiques. C'est le cas du SZ car les amas sondés sont à des redshifts entre 0.1 et 1., donc des distance de l'ordre du Gigaparsec.

8. Nous allons appliquer la méthode SZ à un amas de redshift < 1. On se place dans le cas d'un univers plat et sans contribution autre que matière et constante cosmologique. Rappeler les faits observationnels qui attestent de la vraisemblance de cette hypothèse.

   Les mesures des anisotropies du rayonnement cosmologique fossile provenant de mesures d'instruments comme Boomerang, Maxima, Archeops et WMAP apportent des évidences fortes que l'univers est plat. Par ailleurs les observations de supernovae SNIa semblent montrer que l'univers est accéléré ce qui conduit à un modèle d'univers avec une constante cosmologique non nulle. D'autres données observationnelles semblent aussi converger vers ce modèle.

9. Dans ces conditions, la distance diamètre angulaire s'écrit

$$D_A = \frac{c}{\left(1+z\right) H_0} \int_0^z \left[\left(1+z\right)^2 \left(1+\Omega_m z\right) - z\left(2+z\right)\Omega_\Lambda\right]^{-1/2} \mathrm{d}z \tag{11}$$

Montrer que pour un univers à courbure nulle et pour des redshifts petits

$$D_A = \frac{cz}{H_0}\left[1 + z\frac{2\Omega_\Lambda - \Omega_m - 6}{4}\right] \tag{12}$$

Développement au premier ordre en z du terme de l'intégrale. Intégration puis multiplication par le développement au premier ordre du terme (1+z) du dénominateur. Cela conduit à l'expression de D_A. A titre d'exemple à $z = 0.3$ $D_A = 911 Mpc$ et l'approximation ci-dessus donne 810 Mpc. Ceci pour $H_0 = 71$ et $\Omega_m = 0.27$, univers plat.

10. A partir des équations (1-3), calculer la profondeur optique τ_{SZ} pour l'amas de galaxies Abell 370 observé à 30GHz et pour lequel on a les données suivantes:

- Flux X: $f_X = 2.7\ 10^{-13}$ cgs
- Température du rayonnement fossile: $T_{CMB} = 2.762$ K
- Décrément de température du rayonnement fossile: $\Delta T_{CMB} = -138.0\ 10^{-6}$ K
- Température du gaz X: $T_g = 0.765\ 10^8$ K
- Redshift $z = 0.374$
- Et on prendra $\xi(x)$=0.945

$$\tau_{SZ} = \left(\frac{\Delta T_{CMB}}{T_{CMB}}\right)(\theta)\ \frac{-1.}{2\xi(x)}\ \frac{m_e c^2}{k_B T_g} = 2.05\ 10^{-3} \tag{13}$$

11. En déduire la valeur de H_0 (en km.s^{-1}Mpc^{-1}) d'après l'effet SZ observé dans l'amas de galaxies Abell 370 pour θ=1 arcminute. On ne calculera pas le terme $e^{-\frac{h\nu}{k_B T_g}}$ qui est déjà inclus dans la constante A donnée en bas de texte. On prendra $\Omega_\Lambda = 0.73$ $\Omega_m = 0.27$. Ce résultat vous paraît-il satisfaisant?

$$H_0 = c\ z\left[1 + z\frac{2\Omega_\Lambda - \Omega_m - 6}{4}\right]\left[\frac{1}{24}\frac{A\tau_{SZ}^2 T_g^{-1/2}}{\sigma_T^2 f_X (1+z)^4}\ \theta\right]^{-1} = 83\ km.s^{-1}Mpc^{-1} \tag{14}$$

(θ *en radian*)

Ce résultat concorde avec les autres méthodes indépendantes, ce qui est plutôt satisfaisant.

12. Les mesures de H_0 par l'effet SZ donnent des résultats très dispersés et qui semblent systématiquement plus bas que les approches locales. L'origine des effets systématiques est difficile à comprendre rapidement. Mais selon vous, quels pourraient être les problèmes et incertitudes de cette méthode qui expliqueraient la forte dispersion ?

    Il y a une multitude d'hypothèses qui peuvent remettre en cause la précision des résultats du SZ sur H_0. La modélisation de l'amas de galaxies est parmi les plus critiques: hypothèse de symétrie sphérique, gaz isotherme, milieu homogène monophase, absence de sous-structures dans l'amas de galaxies.

    La mesure du décrément est aussi une technique difficile, du moins pour le moment. Le nombre d'amas observés est encore peu élevé et les fluctuations statistiques sont trop grandes pour établir une valeur moyenne de H_0 peu dispersée qui s'affranchirait en moyenne de la plupart des effets mentionnés ci-dessus.

13. Une propriété remarquable du décrément de température produit par l'effet SZ est visible par l'équation (1): il est indépendant du redshift. Quel est selon vous l'intérêt cosmologique de cette propriété?

    Evidemment, cette propriété signifie que l'effet SZ est détectable même sur des amas à très grand décalage spectral. On pourrait donc en principe faire un sondage profond SZ pour calculer la densité d'amas de galaxies lointains. Parmi ceux-ci, ceux montrant le plus fort effet SZ doivent être les plus massifs et l'on sait que la fraction d'amas lointains massifs dépend fortement du modèle cosmologique. C'est donc une approche intéressante pour les cosmologistes qui offre un moyen alternatif pour vérifier les résultats des autres expériences.

Les unités sont le cgs. On donne $m_e = 9.1 \times 10^{-28}$g, $e = 1.602 \times 10^{-19}$ Coulomb, $k = 1.38 \times 10^{-16}\ erg.K^{-1}$, $c = 3 \times 10^{10}\ cm.s^{-1}$. $A = 2.\ 10^{-19}$ cgs, $\sigma_T = 6.65\ 10^{-25}\ cm^2$, $h = 6.626\ 10^{-27}\ erg.s$, 1 Mpc=3.08 10^{24} cm.