Ecole Doctorale
Correction examen de Cosmologie - Jeudi 13 mars 2003

2 heures — Document autorisé: cours

**Effet Gunn-Peterson**

- En partant des relations du cours,

$$\Omega_k = 1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda \tag{1}$$

et

$$H(z) = H_0 \left[(1+z)^2(1+\Omega_m z) - z(2+z)\Omega_\Lambda\right]^{1/2} \tag{2}$$

la relation $H(z) = H_0 E(z)$ est immédiate.

- On se place dans une cosmologie standard, c'est à dire avec un métrique FRW et la dynamique de l'univers déterminée par les Equations de Freidmann.

On a donc

$$\sigma(\nu_z) = \sigma_\alpha \ \delta(\nu_z - \nu_\alpha) \text{ ,avec } \nu_z = \nu_0(1+z) \ . \tag{3}$$

Donc

$$\tau_\alpha(\nu_0) = \int \ n_{HI} \ \sigma(\nu_z) c \ \mathrm{d}t \ = \int n_{HI} \ c \ \sigma_\alpha \ \delta(\nu_0(1+z) - \nu_\alpha) \left|\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}z}\right| \mathrm{d}z \tag{4}$$

soit

$$\tau_\alpha(\nu_0) = \frac{n_{HI} \ c\sigma_\alpha}{\nu_0} \left|\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}z}\right| \tag{5}$$

On exprime alors $\left|\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}z}\right|$ en fonction de $H(z)$:

$$\mathrm{d}t = -\frac{\mathrm{d}z}{(1+z) \ H(z)} \tag{6}$$

et comme $(1+z)\nu_0 = \nu_\alpha$ on a donc

$$\tau_\alpha(\nu_0) = \frac{n_{HI} \ c \ \sigma_\alpha}{\nu_\alpha} \frac{1}{H(z)} \tag{7}$$

avec

$$H(z) = H_0 \left[(1+z)^3\Omega_m + (1+z)^2\Omega_k + \Omega_\Lambda\right]^{1/2} = H_0 E(z) \tag{8}$$

Application numérique: on calcule d'abord $H_0$ en seconde et unité $h_1 00$ puis on dérive:

$$\tau_\alpha = 4.15 \times 10^4 \ h^{-1} \ \mathrm{m}^{-3} \ . \ \frac{n_{HI}}{E(z)} \tag{9}$$

Donc, si l'univers est dominé par l'hydrogène neutre, la profondeur optique doit être très élevée et tous les photons Lyman alpha émis par le quasar doivent être absorbés. On s'attend donc à ce que les spectres de quasars en-deçà de 121.6 nm présente une rupture brutale, et plus aucune émission.

- La forêt Lyman alpha et les systèmes DLA révèlent ces hétérogénéités.
- La densité d'hydrogène neutre au redshift $z$ peut sécrire:

$$n_{HI} = (1 - x_e)\frac{\rho_B(z)}{m_H})(1 - Y) \tag{10}$$

or

$$\rho_B(z) = \frac{\rho_B(0)(1+z)^3}{\rho_c}\rho_c = \Omega_B(1+z)^3\rho_c \tag{11}$$

donc

$$n_{HI} = (1-x_e)\Omega_B(1-Y)(1+z)^3\ \frac{3H_0^2}{8\pi G m_H} = (1-x_e)(\Omega_B h^2)(1-Y)(1+z)^3\ \frac{3(H_0/h)^2}{8\pi G m_H} \tag{12}$$

Application numérique:

$$n_{HI} = 11.21\text{m}^{-3}(1 - x_e)(\Omega_B h^2)(1 - Y)(1 + z)^3 \tag{13}$$

On peut donc substituer cette valeur dans la profondeur optique:

$$\tau_\alpha = 4.67 \times 10^5 \frac{(1 - x_e)\Omega_B h(1 - Y)(1 + z)^3}{E(z)} \tag{14}$$

Pour les valeurs obtenues avec WMAP+CBI+ACBAR: $h = 0.73$, $\Omega_k = 0$, $\Omega_m = 0.27$. En supposant que $\tau \approx 1$ à $z = 3$ on en déduit

$$(1 - x_e) = 2.5 \times 10^{-5} \tag{15}$$

L'univers est donc très fortement ionisé.

- A l'équilibre on a

$$\frac{1 - x_e}{x_e^2} = \frac{n_H \alpha(T)}{\beta} \tag{16}$$

On a

$$n_H = \frac{n_{HI}}{(1 - x_e)} \tag{17}$$

et donc , d'après l'expression de $N_{HI}$, on a

$$n_H = 11.26 \times 10^{-6}\Omega_B h^2(1 + z)^3\ \text{cm}^{-3} \tag{18}$$

Pour $h\nu_L = 13.6$ eV, on a donc

$$\phi_2 = 0.448 \ln(1 + 9.9) = 1.07 \tag{19}$$

et donc

$$\frac{1 - x_e}{x_e^2} = 8.25 \times 10^{-7} \frac{\Omega_B h^2 (1+z)^3}{J_{-21}} \tag{20}$$

soit avec les données de WMAP: $\Omega_B = 0.044$, $h = 0.73$:

$$J_{-21} = 0.05 \tag{21}$$

- Les sources ionisantes possibles sont les quasars ou de formidables sursauts correspondants à une première génération détoiles et/ou de supernovae. Les modèles tentent donc de prédire $J_{-21}$ pour chaque composante ionisante et vérifient s'ils sont compatibles avec les données observationnelles.