Ecole Doctorale
Examen de Cosmologie - Jeudi 11 mars 2004

2 heures — Document autorisé: cours

Effet SZ et mesure de paramètres cosmologiques

L'effet Sunyaev-Zeldovich (Effet SZ) est produit par l'interaction Compton des photons du rayonnement cosmologique fossile avec les électrons d'un gaz ionisé dans un système gravitationnel. Les cas les plus évidents concernent les amas de galaxies. L'effet SZ se manifeste par une distorsion du spectre du rayonnement fossile et un changement de sa température apparente dans la ligne de visée de l'amas de galaxies. Ce *décrément de température* s'écrit:

$$\frac{\Delta T_{CMB}}{T_{CMB}}(\theta) = -2\xi(x) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k_B T_g}{m_e c^2} \sigma_T n_e(r)\, \mathrm{d}l \tag{1}$$

où T_{CMB} est la température de rayonnement cosmologique, θ est la position radiale vis à vis du centre de l'amas de galaxies , k_B est la constante de Boltzman, T_g la température du gaz ionisé intra-amas, m_e la masse de l'électron, c la célérité de la lumière dans le vide, σ_T la section efficace de diffusion Thomson, n_e la densité électronique du gaz intra-amas et

$$\xi(x) = \frac{x^2 e^x}{2(e^x-1)^2}\left(4 - x\coth\left(\frac{x}{2}\right)\right) \ , \tag{2}$$

avec $x = \dfrac{h\nu}{k_B T_{CMB}}$; h étant la constante de Planck, ν est la fréquence d'émissivité du gaz (domaine X). L'intégration de faisant dans l'amas, le long de la ligne de visée.

Nous allons utiliser cet effet pour mesurer la constante de Hubble, H_0, en utilisant conjointement l'effet SZ et l'emission X des amas de galaxies et en nous plaçant dans des configurations simples.

1. Supposons que nous soyons dans un cas particulièrement simple où l'amas est sphérique et le gaz est isotherme et distribué de façon homogène. Dans ce cas, on a:

$$\frac{\Delta T_{CMB}}{T_{CMB}}(\theta) = -2\xi(x) \ \frac{k_B T_g}{m_e c^2}\ \tau_{SZ} \tag{3}$$

o'u τ_{SZ} est la profondeur optique de diffusion Compton.

Montrer que dans ce cas le plus simple τ_{SZ} dans l'axe central de l'amas s'écrit:

$$\tau_{SZ} = \int \sigma_T n_e(r)\, \mathrm{d}l = 2\sigma_T n_e R \tag{4}$$

où R est le rayon de l'amas de galaxies. Cette profondeur optique est déduite de la mesure du décrément de température. Il reste alors à déterminer n_e. Elle sera mesurée grâce à l'émissivité du gaz ionisé intra-amas.

2. L'émissivité du gaz ionisé intra-amas s'écrit

$$\epsilon(\nu) = A n_e^2 T_g^{-1/2} e^{-\frac{h\nu}{k_B T_g}} \tag{5}$$

Rappeler qualitativement la nature de ce rayonnement et la façon dont on peut mesurer sa température.

3. Le flux X émis par l'amas de galaxies et reçu par la Terre peut s'écrire, en première approximation

$$f_X = \frac{\epsilon(\nu) \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi D^2} \tag{6}$$

où D est la distance de l'amas. Rappeler le sens de la distance qu'il faut considérer dans cette expression.

4. Donner par ailleurs l'expresssion de l'extension angulaire, θ, de la zone d'émission de l'amas en fonction du rayon R et de la distance de l'amas pour des petits angles. Rappeler le sens de la distance qu'il faut considérer.

5. En déduire l'expression du flux X reçu de l'amas dans le cône d'angle θ en fonction de τ_{SZ}, T_g, σ_T z, θ et D_A où D_A est la distance angulaire.

6. Exprimer alors la valeur de la constante de Hubble, H_0 en fonction des quantités ci-dessus, du redshift z et d'une fonction ne dépendant que des paramètres cosmologiques représentant les contributions en matière, énergie et courbure de l'univers (sans expliciter cette fonction).

7. On a ainsi démontré que l'analyse couplée X et SZ d'un amas de galaxies permet de mesurer la constante de Hubble. Quels sont selon vous qualitativement, les avantages de cette méthode de détermination de H_0 par rapport à des approches plus locales utilisant, par exemple, les Céphéides.

8. Nous allons appliquer la méthode SZ à un amas de redshift < 1. On se place dans le cas d'un univers plat et sans contribution autre que matière et constante cosmologique. Rappeler les faits observationnels qui attestent de la vraisemblance de cette hypothèse.

9. Dans ces conditions, la distance diamètre angulaire s'écrit

$$D_A = \frac{c}{(1+z) H_0} \int_0^z \left[(1+z)^2 (1+\Omega_m z) - z(2+z)\Omega_\Lambda \right]^{-1/2} \mathrm{d}z \tag{7}$$

Montrer que pour un univers à courbure nulle et pour des redshifts petits

$$D_A = \frac{cz}{H_0}\left[1 + z\frac{2\Omega_\Lambda - \Omega_m - 6}{4}\right] \tag{8}$$

10. A partir des équations (1-3), calculer la profondeur optique τ_{SZ} pour l'amas de galaxies Abell 370 observé à 30GHz et pour lequel on a les données suivantes:

    - Flux X: $f_X = 2.7\ 10^{-13}$ cgs
    - Température du rayonnement fossile: $T_{CMB} = 2.762$ K
    - Décrément de température du rayonnement fossile: $\Delta T_{CMB} = -138.0\ 10^{-6}$ K
    - Température du gaz X: $T_g = 0.765\ 10^8$ K
    - Redshift $z = 0.374$
    - Et on prendra $\xi(x)$=0.945

11. En déduire la valeur de H_0 (en km.s^{-1}Mpc^{-1}) d'après l'effet SZ observé dans l'amas de galaxies Abell 370, et pour lequel on a mesuré τ_{SZ}, sur une échelle angulaire, θ=1 arcminute. On ne calculera pas le terme $e^{-\frac{h\nu}{k_B T_g}}$ qui est déjà inclus dans la constante A donnée en bas de texte. On prendra $\Omega_\Lambda = 0.73$ $\Omega_m = 0.27$. Ce résultat vous paraît-il satisfaisant?

12. Les mesures de H_0 par l'effet SZ donnent des résultats très dispersés et qui semblent systématiquement plus bas que les approches locales. L'origine des effets systématiques est difficile à comprendre rapidement. Mais selon vous, quels pourraient être les problèmes et incertitudes de cette méthode qui expliqueraient la forte dispersion ?

13. Une propriété remarquable du décrément de température produit par l'effet SZ est visible par l'équation (1): il est indépendant du redshift. Quel est selon vous l'intérêt cosmologique de cette propriété?

Les unités sont le cgs. On donne $m_e = 9.1 \times 10^{-28}$g, $e = 1.602 \times 10^{-19}$ Coulomb, $k = 1.38 \times 10^{-16}\ erg.K^{-1}$, $c = 3 \times 10^{10}\ cm.s^{-1}$. $A = 2.\ 10^{-19}$ cgs, $\sigma_T = 6.65\ 10^{-25}\ cm^2$, $h = 6.626\ 10^{-27}\ erg.s$, 1 Mpc=3.08 10^{24} cm.