

2 heures

Document autorisé: cours

**Question de cours (6 pts).**

Compte tenu des faits observationnels et des conséquences sur  $H(z)$ , combien de grandes périodes, indépendamment de la phase d'inflation, notre univers semble avoir traversé ? On énumérera les observations et leur validité puis on discutera  $H(z)$ .

**Période radiative (14 pts).**

On suppose un univers plat, sans terme d'énergie noire dont les propriétés sont caractérisées par  $H_0$ ,  $a(t) = R(t)/R_0$ ,  $\Omega_{0,m}$  et  $\Omega_{0,\gamma}$ . Ces paramètres décrivant respectivement la constante de Hubble à  $t_0$ , la facteur d'échelle normalisé à sa valeur aujourd'hui, et les paramètres de densité de matière et de rayonnement à  $t_0$ .

1. Montrer que pour cet univers, on peut écrire

$$\left(\frac{H(t)}{H_0}\right)^2 = \frac{\Omega_{0,m}}{a^3} + \frac{\Omega_{0,\gamma}}{a^4} \quad (1)$$

2. En déduire que

$$H_0 dt = \frac{ada}{\sqrt{\Omega_{0,\gamma}}} \left[1 + \frac{a}{a_{rm}}\right]^{-1/2} \quad (2)$$

où  $a_{rm} = \frac{\Omega_{0,\gamma}}{\Omega_{0,m}}$ .

3. Montrez alors que l'âge de l'univers s'exprime de la façon suivante:

$$H_0 t = \frac{4}{3} \frac{a_{rm}^2}{\sqrt{\Omega_{0,\gamma}}} \left[1 - \left(1 - \frac{a}{2a_{rm}}\right) \left(1 + \frac{a}{a_{rm}}\right)^{1/2}\right] \quad (3)$$

4. Vérifiez que les deux régimes, celui dominé par le rayonnement (*i.e.*  $a \ll a_{rm}$ ) et celui dominé par la matière (*i.e.*  $a \gg a_{rm}$ ) se comportent bien comme

$$a(t) \propto t^{1/2} \quad \text{et} \quad \dot{a}(t) \propto t^{-1/2} \quad (4)$$

On donnera les facteurs de proportionnalité en fonction de  $H_0$ ,  $\Omega_{0,m}$  et  $\Omega_{0,\gamma}$ .

5. Montrez que la période d'équilibre matière-rayonnement correspond à  $a = a_{rm}$  et donc que:

$$t_{eq} = 0.391 \frac{1}{H_0} \frac{\Omega_{0,\gamma}^{3/2}}{\Omega_{0,m}^2} \quad (5)$$

6. Sachant que  $\Omega_{0,\gamma} = 8.5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\Omega_{0,m} = 0.3$  et ce que vaut  $H_0$  par ailleurs, calculez  $t_{eq}$ . Vérifiez que la valeur trouvée justifie pleinement de négliger la période radiative lorsque l'on détermine l'âge actuel de l'univers.